EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A
Anul şcolar 2020-2021

Probă scrisă
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 8

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**c)**	**5p**
2.	**b)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**b)**	**5p**
5.	**a)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)**	**5p**
2.	**d)**	**5p**
3.	**b)**	**5p**
4.	**b)**	**5p**
5.	**d)**	**5p**
6.	**d)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Dublul lui 8 este 16, jumătatea lui 8 este 4	**1p**
	Cum $4+6=10\neq 16$, rezultă că nu este posibil ca n să fie egal cu 8	**1p**
	b) $2n=\frac{n}{2}+6$, deci $n=4$, de unde $m^2=4$	**2p**
	Cum $m\in\mathbb{N}$, convine $m=2$	**1p**
2.	**a)** $E(x)=2x^2+12x+18-x^2+4-10x-14-7=x^2+2x+1=(x+1)^2$, pentru orice număr real x	**2p**
	$E(\sqrt{3}-1)=(\sqrt{3}-1+1)^2=(\sqrt{3})^2=3$	**1p**

	b) $E(-1)=(-1+1)^2=0^2=0$	**1p**
	$E(-1)\cdot E(0)\cdot E(1)\cdot E(2)\cdot\ldots\cdot E(2021)=0\cdot E(0)\cdot E(1)\cdot E(2)\cdot\ldots\cdot E(2021)=0$	**1p**
3.	**a)** $f\left(\sqrt{3}+\frac{3}{2}\right)=\sqrt{3}+\frac{3}{2}-3$	**1p**
	Cum $f\left(\sqrt{3}+\frac{3}{2}\right)=\sqrt{3}+\frac{3-6}{2}=\sqrt{3}-\frac{3}{2}$, rezultă că punctul $A\left(\sqrt{3}+\frac{3}{2},\sqrt{3}-\frac{3}{2}\right)$ aparține reprezentării geometrice a graficului funcției f	**1p**
	b) $OA=3$, unde $A(3,0)$ este punctul de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox, iar $OB=3$, unde $B(0,-3)$ este punctul de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy	**2p**
	ΔAOB este dreptunghic isoscel de bază AB, astfel mediana corespunzătoare bazei este și înălțime, deci dreapta ce trece prin O și prin mijlocul ipotenuzei este perpendiculară pe AB	**1p**
4.	**a)** ΔAEB este isoscel, $EN\perp AB$, deci EN este mediană, de unde rezultă că $AN=\frac{AB}{2}=12\text{cm}$	**1p**
	ΔAMD este dreptunghic în M, $AM=\frac{AB-DC}{2}=8\text{cm}$, deci $DM=\sqrt{AD^2-AM^2}=6\text{cm}$	**1p**
	$\Delta AMD\sim\Delta ANE$, deci $\frac{DM}{EN}=\frac{AM}{AN}$, de unde obținem că $EN=9\text{cm}$	**1p**
	b) $\Delta MNG\equiv\Delta CTG$, unde $\{T\}=EN\cap DC$, și cum $TN=DM=6\text{cm}$, rezultă $GN=\frac{DM}{2}=3\text{cm}$, $GN=GT$	**1p**
	EN este înălțime în triunghiul isoscel AEB de bază AB, deci și mediană, iar $EN=3GN$, rezultă că G este centrul de greutate al triunghiului AEB	**1p**
5.	**a)** ΔABC dreptunghic în A în care $\sphericalangle B=30°$, deci $BC=2AC=24\text{cm}$ și $AB=\sqrt{BC^2-AC^2}=12\sqrt{3}\text{cm}$	**1p**
	$A_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=72\sqrt{3}\text{cm}^2$	**1p**
	b) În triunghiul ABC dreptunghic în A, $\sphericalangle ABC=30°$, deci $\sphericalangle ACB=60°$, dar $\sphericalangle ACB\equiv\sphericalangle DCP$, deci $\sphericalangle DCP=60°$, $DP\perp BC, P\in BC$	**1p**
	În triunghiul DPC dreptunghic în P, $\sin C=\frac{DP}{DC}$, de unde obținem $DP=12\cdot\sin 60°=6\sqrt{3}\text{cm}$, deci distanța de la punctul D la dreapta BC este $DP=6\sqrt{3}\text{cm}$	**2p**
6.	**a)** Suma lungimilor tuturor muchiilor prismei este $S=6AB+3AA'$	**1p**
	Obținem $S=6\cdot 12+3\cdot 12\sqrt{3}=72+36\sqrt{3}=36\left(2+\sqrt{3}\right)\text{cm}$	**1p**
	b) $BC\subset(MBC)$, $B'C'\subset(MB'C')$, $BC\parallel B'C'\parallel MN$, unde $MN=(MBC)\cap(MB'C')$, $\{N\}=A'C\cap AC'$, și considerând P mijlocul lui MN rezultă $AP\perp MN$, $AP\subset(MB'C')$ și $A'P\perp MN$, $A'P\subset(MBC)$, deci $\sphericalangle((MBC),(MB'C'))=\sphericalangle(AP,A'P)$	**1p**
	$AQRA'$ dreptunghi, unde Q mijlocul lui BC și R mijlocul lui $B'C'$, și cum $AQ=\frac{AB\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}=\frac{AA'}{2}$, deci $AA'>AQ$, rezultă că $\sphericalangle(AP,A'P)=\sphericalangle APQ$ ca unghi ascuțit	**1p**

	În triunghiul $A'AQ$ dreptunghic în A, mediana $AP=\frac{A'Q}{2}=3\sqrt{15}\,\text{cm}$, iar înălțimea $AS=\frac{AA'\cdot AQ}{A'Q}=\frac{12\sqrt{3}\cdot 6\sqrt{3}}{6\sqrt{15}}=\frac{36\sqrt{15}}{15}=\frac{12\sqrt{15}}{5}\text{cm}$, unde $AS\perp A'Q$, $S\in A'Q$, obținem din triunghiul ASP dreptunghic în S că $\sin\sphericalangle(APQ)=\frac{AS}{AP}=\frac{4}{5}$, deci sinusul unghiului dintre planele (MBC) și $(MB'C')$ este $\frac{4}{5}$	**1p**