

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2020 - 2021**  
**Matematică**

Testul 10

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	b)	5p
3.	d)	5p
4.	c)	5p
5.	a)	5p
6.	c)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	c)	5p
3.	b)	5p
4.	b)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a) $A = \overline{ab} + \overline{ba} = 11(a + b) = 198$ , de unde rezultă că $a + b = 18$ , dar cum $a, b$ sunt cifre $\Rightarrow a = b = 9$ , valori care nu convin, deoarece $a$ și $b$ trebuie să fie distincte, deci numărul $A$ nu este posibil să fie 198	1p 1p
	b) $11(a + b) = k^2, k \in \mathbb{N}$ , deci $a + b = 11$ , unde $a$ și $b$ sunt cifre și cum $\overline{ab} : 5$ , obținem că $b = 0$ sau $b = 5$ Pentru $b = 0$ obținem $a = 11$ , care nu convine, iar pentru $b = 5$ obținem $a = 6$ , care convine, deci numărul căutat $\overline{ab}$ este 65	2p 1p
2.	a) $x^2 + x - 12 = x^2 + 4x - 3x - 12 = (x^2 + 4x) - (3x + 12) =$ $= x(x + 4) - 3(x + 4) = (x + 4)(x - 3)$ , pentru orice număr real $x$	1p 1p

	<p><b>b)</b> <math>E(x) = x^2 - 2x + 1 + x^2 + x - 12 - 2x^2 + 8 =</math>  <math>= 2x^2 - 2x^2 - 2x + 1 - 12 + 8 = -x - 3</math>, pentru orice număr real <math>x</math></p>	<b>2p</b>
<b>3.</b>	<p><b>a)</b> <math>f(0) = 4</math>,  <math>f(-3) = 0</math>, deci <math>f(0) + f(-3) = 4</math></p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> <math>A(-3,0)</math>, <math>B(0,4)</math>  <math>AB = 5 = BM</math>, <math>O \in BM \Rightarrow OM = 1</math>, deci coordonatele punctului <math>M</math> sunt <math>(0,-1)</math>  <math>O \notin BM \Rightarrow BM = 5 \Rightarrow OM = 9</math>, deci coordonatele punctului <math>M</math> sunt <math>(0,9)</math></p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> <math>MS</math> linie mijlocie în triunghiul <math>ABC \Rightarrow SC = \frac{BC}{2}</math> cm</p> <p><math>QT \parallel AB \Rightarrow \frac{CT}{BC} = \frac{CQ}{CA} = \frac{2}{3} \Rightarrow CT = \frac{2}{3} BC</math></p> <p><math>\frac{ST}{BC} = \frac{CT - SC}{BC} = \frac{1}{6}</math></p>	<b>1p</b>
<b>4.</b>	<p><b>a)</b> <math>AB = 2 \cdot AM = 4</math> cm și <math>AC = 3 \cdot AQ = 6</math> cm          triunghiul <math>ABC</math> este dreptunghic în <math>A</math>, deci <math>BC = 2\sqrt{13}</math> cm</p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> <math>MS</math> linie mijlocie în triunghiul <math>ABC \Rightarrow SC = \frac{BC}{2}</math> cm</p> <p><math>QT \parallel AB \Rightarrow \frac{CT}{BC} = \frac{CQ}{CA} = \frac{2}{3} \Rightarrow CT = \frac{2}{3} BC</math></p> <p><math>\frac{ST}{BC} = \frac{CT - SC}{BC} = \frac{1}{6}</math></p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> <math>MS</math> linie mijlocie în triunghiul <math>ABC \Rightarrow SC = \frac{BC}{2}</math> cm</p> <p><math>QT \parallel AB \Rightarrow \frac{CT}{BC} = \frac{CQ}{CA} = \frac{2}{3} \Rightarrow CT = \frac{2}{3} BC</math></p> <p><math>\frac{ST}{BC} = \frac{CT - SC}{BC} = \frac{1}{6}</math></p>	<b>1p</b>
<b>5.</b>	<p><b>a)</b> În triunghiului echilateral <math>ABC</math>, <math>AD \perp BC, D \in BC \Rightarrow AD = 4\sqrt{3}</math> cm</p> <p><math>\mathcal{A}_{\triangle AMC} = \frac{MC \cdot AD}{2} = 4\sqrt{3}</math> cm<sup>2</sup></p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> <math>\mathcal{A}_{\triangle ABC} = 32\sqrt{3}</math> cm<sup>2</sup></p> <p><math>\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \mathcal{A}_{\triangle ABM} + \mathcal{A}_{\triangle ACM} = \frac{AM}{2} \cdot (d(B, AM) + d(C, AM)) = 16\sqrt{3}</math> cm<sup>2</sup></p> <p><math>d(B, AM) + d(C, AM) = \frac{32\sqrt{3}}{AM} &gt; \frac{32\sqrt{3}}{8} = 4\sqrt{3}</math>, deoarece <math>AM &lt; 8</math> cm</p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> <math>\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \mathcal{A}_{\triangle ABM} + \mathcal{A}_{\triangle ACM} = \frac{AM}{2} \cdot (d(B, AM) + d(C, AM)) = 16\sqrt{3}</math> cm<sup>2</sup></p> <p><math>d(B, AM) + d(C, AM) = \frac{32\sqrt{3}}{AM} &gt; \frac{32\sqrt{3}}{8} = 4\sqrt{3}</math>, deoarece <math>AM &lt; 8</math> cm</p>	<b>1p</b>
<b>6.</b>	<p><b>a)</b> <math>AM</math> și <math>CM</math> sunt mediane în triunghiurile echilaterale congruente <math>VAB</math> și <math>VBC</math>, deci <math>AM = CM = 3\sqrt{3}</math> cm</p> <p>Cum <math>AC = AB\sqrt{2} = 6\sqrt{2}</math> cm, obținem că perimetrul triunghiului <math>AMC</math> egal cu <math>6(\sqrt{3} + \sqrt{2})</math> cm</p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> <math>OM</math> este mediana corespunzătoare ipotenuzei în triunghiul dreptunghic isoscel <math>VOB \Rightarrow OM</math> este și înălțime <math>\Rightarrow OM \perp VB</math></p> <p><math>(VAB) \cap (VBD) = VB</math>, <math>AM \perp VB</math>, <math>OM \perp VB</math>, <math>AM \subset (VAB)</math>, <math>OM \subset (VBD)</math> de unde rezultă că <math>\sphericalangle((VAB), (VBD)) = \sphericalangle(AM, MO) = \sphericalangle AMO</math></p> <p><math>AO \perp (VBD) \Rightarrow AO \perp OM \Rightarrow \operatorname{tg}(\sphericalangle AMO) = \frac{AO}{OM} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2}</math></p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> <math>OM</math> este mediana corespunzătoare ipotenuzei în triunghiul dreptunghic isoscel <math>VOB \Rightarrow OM</math> este și înălțime <math>\Rightarrow OM \perp VB</math></p> <p><math>(VAB) \cap (VBD) = VB</math>, <math>AM \perp VB</math>, <math>OM \perp VB</math>, <math>AM \subset (VAB)</math>, <math>OM \subset (VBD)</math> de unde rezultă că <math>\sphericalangle((VAB), (VBD)) = \sphericalangle(AM, MO) = \sphericalangle AMO</math></p> <p><math>AO \perp (VBD) \Rightarrow AO \perp OM \Rightarrow \operatorname{tg}(\sphericalangle AMO) = \frac{AO}{OM} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2}</math></p>	<b>1p</b>